UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

CENTRO TECNOLÓGICO

Trabalho de Conclusão de Curso

ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

THIAGO FONTANA DA MOTA

MODELO DE OTIMIZAÇÃO DO CUSTO DE ABASTECIMENTO NOS TRANSPORTES RODOVIÁRIOS DE CARGA: UMA ABORDAGEM POR PROGRAMAÇÃO DINAMICA

VITÓRIA - ES

2015

Thiago Fontana da Mota

MODELO DE OTIMIZAÇÃO DO CUSTO DE ABASTECIMENTO NOS TRANSPORTES RODOVIÁRIOS DE CARGA: UMA ABORDAGEM POR PROGRAMAÇÃO DINAMICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentada ao Curso de graduação em Engenharia produção da Universidade Federal do Espírito Santo como requisito parcial para a obtenção do grau de graduado em Engenharia de Produção.

Orientadora: Profª Dra. Marta Monteiro da Costa Cruz.

VITÓRIA – ES

2015

THIAGO FONTANA DA MOTA

MODELO DE OTIMIZAÇÃO DO CUSTO DE ABASTECIMENTO NOS TRANSPORTES RODOVIÁRIOS DE CARGA: UMA ABORDAGEM POR PROGRAMAÇÃO DINAMICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentada ao Curso de graduação em Engenharia produção da Universidade Federal do Espírito Santo como requisito parcial para a obtenção do grau de graduado em Engenharia de Produção.

Profª Drª. Marta Monteiro da Costa Cruz.

Doutora em Engenharia de Transportes

Orientadora - UFES

Prof. Dr. Gregório Coelho de Morais Neto

Doutorado em Engenharia de Transportes

Examinador Interno – UFES

Eng. Henrique Lugon Ferreira Silva

Mestrado em Engenharia Civil

Examinador Externo – UFES

RESUMO

Com um mundo mais globalizado e cada vez mais competitivo, a diminuição ou eliminação dos custos é essencial para que se consiga uma maior competitividade no mercado. É visto que o custo com transporte é uma parcela significativa no custo logístico total de uma empresa. O transporte no Brasil é predominantemente rodoviário e com isso o custo com diesel acaba sendo relevante para empresas de transporte. Nesse contexto esse trabalho tem como objetivo propor um modelo de tomada de decisão através do método de programação dinâmica, que estabeleça a política ótima de reabastecimento. Isso foi realizado através da criação de um algoritmo no Matlab que resolve problemas de rotas fixas. Como resultado o algoritmo apresentou uma velocidade computacional maior do que o modelo anterior testado por programação linear convencional.

Palavras-chave: Programação dinâmica; política de reabastecimento; transporte rodoviário

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

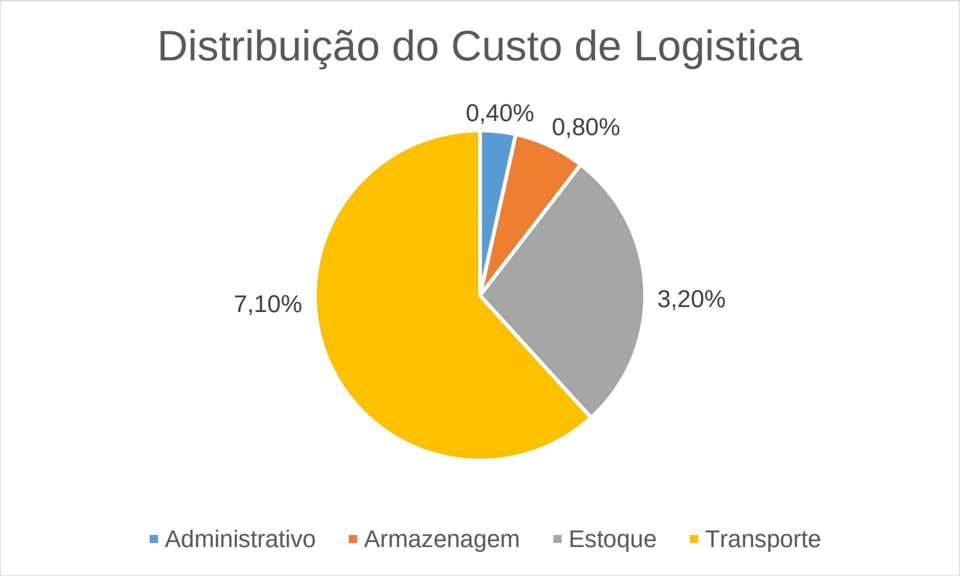
1 INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização do Problema

Com um mundo mais globalizado e cada vez mais competitivo, a diminuição ou eliminação dos custos é essencial para que se consiga uma maior competitividade no mercado. O custo de logística nas empresas, representa 7,6% de sua receita líquida (ILOS,2016), portanto o controle desse custo vem sendo cada vez mais fundamental nos últimos anos.

Como podemos observar no gráfico 1, os principais custos de logística são o custo administrativo, armazenagem, estoque e transporte. Segundo o Instituto de Logística e Supply Chain, o custo de transporte é mais impactante na logística, sendo o custo logístico total no Brasil, chega a 11,5% do PIB e o custo apenas com o transporte representa 7,1% do PIB, ou seja, mais de 50% (ILOS, 2014).

Gráfico 1 Distribuição do custo de logística em relação ao PIB.



Fonte: ILOS (2014).

Através da análise da tabela 1, onde é mostrado o panorama de transporte no brasil, pode-se observa que o modal predominante, em toneladas por quilometro útil (TKU) é o rodoviário. Apenas ele, corresponde a 67% de todo o transporte do Brasil. Isso se deve muito ao fato da política de priorização de rodovias, estabelecida nos anos entre 50 a 70.

Tabela 1 Matriz de transporte de carga do Brasil, com o custo por modal.

Modais	% TKU	US$ / Mil TKU
Rodoviário	67%	US$ 133
Ferroviário	18%	US$ 22
Aquaviário	11%	US$ 30
Dutoviário	3%	US$ 25
Aéreo	0,04%	US$ 1.060

Fonte: ILOS (2012)

Feito essa análise, temos que o custo com transporte constitui a maior parcela do custo logístico e que o rodoviário é o principal modal utilizado no transporte de carga. Por isso buscou-se identificar o principal custo gerado por esse transporte.

Pegando como referência o trabalho do Lima (2006), o custo com combustível é um dos principais fatores, equivalendo a 31% do total e podendo chegar até em 41,8% para longas distâncias (acima de 500 Km).

Visto isso, pode-se pensar que a utilização de métodos para criar uma política de reabastecimento ser uma regra prática pelas empresas do setor, porém isso não é tão trivial devido não só ao tamanho da malha rodoviária brasileira e seus inúmeros postos, mas também pelo fato da alta variação no preço do combustível no vasto território nacional.

Pegando os dados da Agencia Nacional de Petróleo (ANP, 2016), do preço do combustível diesel semanal no Brasil, obteve-se para o mês de junho de 2016, uma média de R$ 3,016 com um preço máximo de R$ 3,980 e mínimo de R$ 2,539. Ou seja, uma variação de R$ 1,441.

Nesse contexto em que o custo do combustível é muito relevante para a administração de uma empresa e pela complexidade de escolha ótima de abastecimento, encontra-se na literatura vários métodos para minimizar o custo de reabastecimento, calculando a política ótima de reabastecimento.

1.2 Objetivo

O objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo matemático com base na programação dinâmica para definir a política que minimize o custo de reabastecimento no transporte rodoviário de carga, fornecendo a quantidade de litros de combustível que se deve abastecer em cada posto de um modo rápido, afim de facilitar a tomada de decisão das empresas.

1.2.1 Objetivos específicos

Os objetivos específicos deste trabalho foram os seguintes:

- Identificar as variáveis do problema;
- Formular o problema apresentado em Rodrigues (2011) como um Problema de Programação Dinâmica;
- Desenvolver um algoritmo no MatLab para solucionar o problema;
- Validar as soluções encontradas
- Analisar o desempenho do modelo em termos de quantidade de variáveis e velocidade computacional.

Para isso, o trabalho foi dividido em 5 partes, sendo a primeira a introdução contextualizando o cenário atual do problema e a segunda mostrando o que já foi feito na literatura a respeito do tema e como foi escolhido o método. Na terceira parte é mostrado o método matemático de resolução do problema, na quarta mostram-se os resultados com a validação do modelo e no último a conclusão.

2 A POLÍTICA DE REABASTECIMENTO DE COMBUSTÍVEL

As pesquisas relacionadas a política reabastecimento de combustível começou a ser feita por pesquisadores e empresas de transportes. O primeiro trabalho na literatura sobre o assunto, foi de Lin *et al(* 2007) (Suzuki, 2009).

O trabalho de Lin *et al* (2007) considerou um problema de reabastecimento com rota fixa e com uma metodologia de resolução linear para encontrar a política ótima de reabastecimento (POR). No ano seguinte, Lin (2008) complementou seu trabalho com um algoritmo que considera todas as rotas dado um ponto de origem e um ponto final. Ele analisou o problema como uma malha, onde cada vértice é o custo de deslocamento e a política ótima de reabastecimento é encontrar o caminho mínimo dessa malha. Nesse trabalho o autor também incluiu a restrição de tanque mínimo, que é manter sempre uma quantidade de litros para segurança para o veículo não ficar sem gasolina no meio do percurso.

No mesmo ano, Khuller *et al*. (2008) realizou um trabalho que são levados em conta quatro tipos de problema. Os dois primeiros trabalham problema de caminho mínimo, sendo um limitado pela quantidade de combustível que se deve abastecer e o outro pela rota pré-fixada. Os outros dois problemas, envolvem problema do caixeiro viajante, no qual é dado as quantidades de cidades e postos com o objetivo de encontrar o menor caminho possível, passando em todas as cidades, sem que o veículo fiquei sem combustível. A resolução desses dois últimos problemas é feita para postos com preços iguais e para postos com variação do preço.

Segundo Suzuki (2008), todos esses trabalhos foram de grande valia para o problema de reabastecimento de veículos. Porem todos tem a limitação de considerar apenas o custo com o combustível. Em seu trabalho ele levou em conta os seguintes custos operacionais: custo de manutenção do veículo, custo de depreciação e custos de oportunidade.

Esse modelo apresentado possui três recursos interessantes. Primeiro, o modelo mantém a forma linear dos modelos tradicionais e utiliza o mesmo número de variáveis de decisão e restrições desses modelos, o que implica que a resolução computacional do modelo proposto é tão simples quanto a do modelo tradicional. Segundo, o modelo pode ser visto como um modelo genérico dos otimizadores de combustíveis tradicionais. Isso porque, se as restrições dos custos operacionais forem igual a zero, o modelo proposto se iguala ao modelo original. Terceiro, o modelo apresenta soluções mais desejáveis aos motoristas pois escolhe as paradas com menor distância OOR e compra uma quantidade de combustível maior por parada de abastecimento (SUZUKI, 2008).

Mais recentemente, Rodrigues (2011), desenvolveu um trabalho que utiliza rotas fixas e paradas definidas previamente. Em seu modelo, é utilizado restrições de tanque mínimo, custo de manutenção e características técnicas do veículo, como tanque máximo e consumo médio de combustível. Com esses dados o modelo calcula a quantidade de combustível que se deve abastecer em cada posto de modo a minimizar o custo de combustível somado ao custo de manutenção. O diferencial desse trabalho é que para a validação do modelo, foi utilizado um estudo de caso onde foi apresentado uma redução de 2,3% do custo total. Baseando nesse modelo, Silva (2015), acrescentou mais um parâmetro no modelo, onde é analisado também a qualidade da rodovia, interferindo diretamente no custo total.

Sweda e Klabjan (2012) consideraram que apesar do objetivo claro de reduzir o montante pago pelo combustível, na prática, os motoristas não farão grandes desvios do caminho mínimo com a finalidade única de redução dos gastos com combustível. Eles consideraram o problema de achar a rota de menor custo de combustível para um veículo elétrico que precisa ser abastecido nesta rota e modelaram o problema usando programação dinâmica. Em seu artigo, foram propostos dois algoritmos para resolver o problema baseados na discretização do modelo.

Em seu trabalho mais recente, Suzuki (2014) desenvolve um modelo que consegue cortar consideravelmente o tamanho do problema sem que a solução ótima seja perdida. Isso permite diminuir o tempo de processamento computacional. Em seu teste, Suzuki conseguiu diminuir o tamanho do problema em 54,8% e resolver o problema de forma ótima com ¼ do tempo que normalmente de levaria para resolver.

Reduzino (2015) busca em seu trabalho desenvolver um aplicativo computacional em que a rota, os postos de reabastecimento, os preços do combustível são disponibilizados em um dispositivo móvel e o retorno ao usuário é a indicação da rota, o posto e a quantidade de litros a ser abastecida em cada posto selecionado para abastecimento buscando o custo mínimo total do percurso. Este aplicativo tem base o modelo matemático desenvolvido por Rodrigues (2011).

Para comparar os modelos apresentados, foi criada a tabela 2, onde é descrita a importância de cada estudo junto com o método de solução utilizado.

Tabela 2 Analise comparativa dos trabalhos a respeito da POR.

Autores	Ano	Importância do Estudo	Método de Resolução	Tipo de Otimização	Tipo de Validação
Lin *et al.*	2007	Desenvolveram um algoritmo de tempo de execução linear para encontrar a POR em rotas fixas.	Algoritmos	Rota fixa	-
Khuller *et al.*	2008	Desenvolveu algoritmos de POR baseados nos problemas de caminho mínimo e roteirizarão de veículos.	Algoritmos e Programação dinâmica	Rota variável	Simulação
Suzuki	2008	Propôs um modelo que considera não apenas os custos de combustível, mas também os custos operacionais do veículo que são afetados por essa tomada de decisão.	Programação linear Inteira Mista (PLIM)	Rota Fixa	Simulação
Lin	2008	Desenvolveu diversos algoritmos de POR considerando rotas variáveis e fixas.	Algoritmos	Rota variável	-
Lin	2008	Desenvolveu uma metodologia que leva em consideração tanto a minoração dos custos com combustível quanto a escolha do caminho mais curto.	Programação dinâmica	Rota variável	-
Klampf *et al.*	2008	Desenvolveu um algoritmo de POR que leva em conta diversos fatores como preferências os usuários, vontade de parar para abastecer e informações específicas do modelo além de utilizar modelos de previsão de preços de combustível.	Programação linear Inteira Mista (PLIM) e Heurística	Rota Fixa	Simulação
Suzuki	2009	Adicionou novas restrições no modelo de POR com o objetivo de reduzir o custo total de combustível sem confiscar a liberdade de escolha dos pontos e paradas pelos motoristas. Considerou a utilização de ferramentas de GPS.	Programação linear Inteira Mista (PLIM)	Rota fixa	Simulação
Rodrigues	2011	Diferentemente dos trabalhos anteriores, utilizou como método de validação um estudo de caso em vez de simulação.	Programação linear Inteira Mista (PLIM)	Rota fixa	Estudo de caso

Suzuki	2012	Adicionou novas restrições em comparação aos seus trabalhos anteriores, como a inserção de janelas de tempo de atendimento aos clientes.	Algoritmos	Rota variável	Estudo de caso
Sweda e Klabjan	2012	Utilizou o POR em rotas fixas e o problema do caminho mínimo para abastecimento de veículos elétricos com restrições de postos de abastecimento.	Programação dinâmica	Rota fixa	-
Suzuki	2012	Aprimoramento dos métodos de roteamento de veículos com rotas variáveis anteriores. Utilização de um método rápido e exato de resolução	Programação linear Inteira Mista (PLIM)	Rota variável	Estudo de caso
Suzuki	2014	Desenvolveu um método que reduz as possíveis escolhas dos pontos de abastecimento pela eliminação de postos não atrativos reduzindo o tamanho do problema e o esforço computacional para resolução	Programação linear Inteira Mista (PLIM)	Rota fixa	Experimento
Silva	2015	Acrescentou em seu trabalho a análise da qualidade da rodovia como influencia no custo total.	Programação linear Inteira Mista (PLIM)	Rota fixa	Estudo de caso
Reduzino	2015	Desenvolveu um aplicativo computacional com base no modelo matemático desenvolvido em Rodrigues 2011.	Software	Rota fixa	Estudo de caso

Como visto na literatura, a programação dinâmica é também empregada para a resolução de problemas de POR, tendo três trabalhos referentes a essa aplicação teórica Khuller et al (2008), Lin (2008), Sweda e Klabjan (2012). Com isso, é válido desenvolver um algoritmo com método de resolução de programação dinâmica de modo a verificar como se comporta nesse tipo de problema. Como premissa, a programação dinâmica possui um tempo computacional menor podendo ser utilizada em problemas com maior complexidade e com isso abrangendo melhor a realidade. Em contrapartida o modelo precisa de uma maior memória de armazenamento pois diferente da programação linear que repete várias vezes a mesma conta, na dinâmica a conta é feita uma vez e depois a resposta é armazenada para ser usada posteriormente.

Diferente da programação linear, a programação dinâmica não possui muitos programas disponíveis no mercado onde se possa apenas parametrizar o problema escolhido e assim obter a resolução do problema. Com isso, criou-se um algoritmo para que consiga achar a solução ótima através da programação dinâmica.

O MatLab (SIAUW, T; BAYEN, A., 2015) foi a escolha da plataforma para a criação do algoritmo. O motivo dessa escolha se dá aos fatos de que é uma linguagem simples, fácil de usar e já familiarizada, a UFES possui a licença da plataforma e também pelo MatLab trabalhar muito bem com matrizes, onde são armazenado os dados.

3 METODOLOGIA

O método proposto neste trabalho visa minimizar o custo de reabastecimento nos transportes rodoviários com rotas fixas. Sendo assim, será apresentada a modelagem matemática do problema de otimização, na sessão 3.1.

3.1 Modelagem matemática do problema.

Para se modelar matematicamente o problema, foi necessário definir alguns parâmetros que serão utilizados posteriormente. Esses parâmetros podem ser entendidos como os parâmetros de entrada do problema, pois definem todas as condições iniciais para que o algoritmo dê a solução desejada como resposta. Com isso, os parâmetros de entrada são:

- *D(i)*: *D(i)* é o elemento *i* do vetor *D* que define a distância do posto *i* ao posto *i*+1;
- *P(i)*: *P(i)* é o elemento *i* do vetor *P* que define o preço do combustível do posto *i*;
- T_{max}: Capacidade máxima do tanque;
- T_{min}: Quantidade mínima de combustível no tanque para segurança;
- Q_{inc}: Quantidade de combustível inicial;
- Q_{final}: Quantidade de combustível final;
- C_{min}: Quantidade mínima de abastecimento em um posto;
- C_{med}: O consumo médio de combustível em todo o trajeto (l/km);

Sabendo as condições iniciais do problema, pode-se definir matematicamente o objetivo geral que é minimizar o custo total de abastecimento (*Z*) do trajeto fixo que se inicia no posto 1 até seu final *N, no último* posto do trajeto. Matematicamente, esse objetivo pode ser escrito como

$$Minimizar\ Z = \sum_{n=1}^{N} (P_n * A_n)\ , \qquad (1)$$

Onde:

A_n = quantidade de litros a serem abastecidos no posto *n*.

Em seguida, foram definidas as restrições que devem ser aplicadas ao problema para que a solução final tenha sentido físico. A primeira delas é que o tanque de combustível esteja inicialmente cheio, e que ele deva chegar ao destino com o valor máximo, ou seja, Q_{inc}=Q_{final}=T_{max}. Outras restrições são:

- Restrição do Tanque mínimo para a segurança: é a quantidade mínima de combustível que deve ser mantido no tanque para que não ocorra risco do veículo ficar sem gasolina no meio do caminho e com isso abastecer em um posto não programado.

$$T_{min}(\mathrm{n}) \leq Qinc - \sum_{i=2}^{n}(D_{i-1} * C_{med} - A_i) \tag{2}$$

- Restrição do Tanque máximo: É a quantidade máxima que se pode abastecer em um posto, devido a limitação do tanque. Sua importância se dá pelo fato de os veículos possuírem diferentes capacidades de tanque.

$$T_{max}(\mathrm{n}) \geq Qinc - \sum_{i=2}^{n}(D_{i-1} * C_{med} - A_i) \tag{3}$$

- Mínimo abastecimento: Para que não ocorra um abastecimento com uma quantidade muito pequena de litros, é necessária a restrição de mínimo abastecimento em cada parada, evitando que se perca muito tempo na viagem.

A_i>=C_{min} ou A_i=0 (não para no posto *i*) (4)

- Combustível final: Para que não ocorra variação na quantidade de combustível, foi definido que a quantidade de combustível final é igual a quantidade de combustível inicial.

$$\sum_{i=2}^{N}(D_{i-1} * C_{med} - X_i) = 0 \tag{5}$$

O modelo de otimização de reabastecimento pode ser representado então:

$$Minimizar\ Z = \sum_{n=1}^{N} (P_n * A_n)\ , \tag{1}$$

Sujeito a:

$$T_{min}(\mathrm{n}) \leq Qinc - \sum_{i=2}^{n} (D_{i-1} * C_{med} - A_i) \tag{2}$$

$$T_{max}(\mathrm{n}) \geq Qinc - \sum_{i=2}^{n} (D_{i-1} * C_{med} - A_i) \tag{3}$$

A_i>=C_{min} ou A_i=0 (não para no posto *i*) *(4)*

$$\sum_{i=2}^{N} (D_{i-1} * C_{med} - X_i) = 0 \tag{5}$$

Q_{inc}=Q_{final}=T_{max} *(6)*

A_i≥*0* *(7)*

3.2 Método de solução por programação dinâmica.

Como foi visto no capítulo 2, existem na literatura vários métodos capazes de resolver o problema proposto, entretanto a maioria deles demanda um tempo computacional muito grande. Visando diminuir o tempo para a resolução do problema neste trabalho escolhemos trabalhar com o método de programação dinâmica (Hillier,F, Lieberman,G, 2006). Por meio deste procedimento foi possível, como será visto na sessão de resultados, diminuir consideravelmente o tempo de processamento computacional para a obtenção de resultados.

O método de programação dinâmica se baseia em retroceder estágio por estágio (para este problema específico, cada posto equivale a um estágio), começando da última e caminhando passo a passo ao primeiro estágio. Em cada iteração, armazena-se somente o melhor valor para cada condição do estágio, fazendo com que o tempo de convergência do algoritmo seja menor.

Com isso, para adaptar o procedimento proposto para a resolução deste problema, é necessário criar dois vetores, um com a quantidade mínima (Q_{min})

e outro com a quantidade máxima (Q_{max}) de combustível que podem ser abastecidas entre o estágio até o último estágio para que as restrições já mencionadas sejam respeitadas. Ou seja, esses vetores nos fornecem as possibilidades de quantidade de combustível que falta abastecer desde o estágio requerido até o ultimo. Sendo assim, a quantidade mínima e máxima relativa ao estágio n é dada pelas equações

$$Q_{min}(\mathrm{n}) = \sum_{j=n}^{N} (D_{j-1} * C_{med}), \quad para\, n = (2, 3, \ldots, N) \tag{8}$$

$$Q_{\max}(\mathrm{n}) = \begin{cases} \sum_{j=n}^{N} (D_j * C_{med}) & para\, n = (2, 3, \ldots, N-1) \\ T_{max} - T_{min} & para\, n = N \end{cases}. \tag{9}$$

Utilizando os vetores Q_{min} e Q_{max} garantimos que não existe a possibilidade de o tanque ficar abaixo do T_{min} e nem acima de T_{max}.

Esses vetores são utilizados na composição do S_n, que indica o estado atual que o problema se encontra. O S_n é um vetor que começa em $Q_{min}(n)$ e vai acrescentando uma unidade (para não termos frações de litros), até chegar em $Q_{max}(n)$. Ele representa todas as possibilidades de litros que faltam abastecer, desde o estágio n até o N. Logo,

$$S_n = \{Q_{min}(n), Q_{min}(n) + 1, \ldots, Q_{max}(n) \tag{10}$$

Com a inicialização dos parâmetros e o Q_{min} e Q_{max} definidos, podemos modelar matematicamente a resolução do problema, representada pela equação:

$$F_n(S_n(i), X_n(i)) = P_n * X_n(i) + F^*_{n+1}\big(S_{n+1}(j)\big), para\, n \; = \; N-1, N-2, \ldots, 2 \tag{11}$$

sendo que N é número total de postos no trajeto, n é o estágio atual, Sn(k) é o elemento k do vetor S_n e $X_n(i)$ é a quantidade de litros de combustível abastecida no posto n dada a possibilidade $S_n(i)$, e estão relacionadas pela equação X_n=$S_n(i)$ - $S_{n+1}(j)$, significando que para cada valor de $S_n(i)$ teremos uma variação de $S_{n+1}(j)$ de modo que j vai até o final do vetor. Com essa variação de $S_{n+1}(j)$ o X_n também vai mudando e a função $F_n(S_n(i),X_n)$ vai buscando todas as possibilidades. A equação $F_n(S_n(k),X_n(k))$ é responsável por calcular as várias possibilidades de solução dado um $S_n(k)$. Ao terminar as possiblidades é armazenado o menor valor, de modo que min{$Fn(S_n(i),X_n(i))$}= $F_n*(S_n(i))$. Ainda na equação (11), vê-se que não faz sentido a inicialização com $n = N$ pois não existe $F*_{N+1}$ $(S_{N+1}(j))$. Por isso o algoritmo inicia separadamente a primeira iteração (N) de forma que $F_N*(S_n)$= P_n*X_n ,sendo X_n= S_n.

Para armazenar os valores, são utilizadas duas matrizes. Sendo a primeira M que armazena todos os valores de $F_n*(S_n)$ e outra N que armazena valores de X_n* (valor de X_n relacionado ao valor de $F_n*(S_n)$ descrita pela eq. (11).

Para descobrir o valor de X_n* dado um $F_n*(S_n)$ foi desenvolvida uma função denominada *returnxmel* de modo seja retornada a melhor condição de abastecimento no posto n dado o estado S_n

$$returnmel\left(F_n^*(S_n)\right) = X_n^* \tag{12}$$

Para a última iteração onde $n=2$, é usada uma equação um pouco diferente para a obtenção da solução ótima do problema, pois o $S_n(i)$= *ltotal*, sendo *ltotal* é a quantidade de combustível que se deve abastecer em todo o trajeto. O $S_n(i)$ é esse valor fixo de modo a garantir que o modelo não mostre uma solução onde o abastecimento total de todo o trajeto seja menor que o *ltotal*.

$$F_2(ltotal, X_n) = P_2 * X_n + F_3^*\left(S_3(i)\right), \tag{13}$$

$$ltotal = \sum_{n=2}^{N} (D_{n-1} * Cm), \tag{14}$$

Em que, X_n=*ltotal* – $S_3(i)$, onde $X_n=0$ ou $D(i)*C_{med} \leq X_n \geq C_{min}$. Com essa restrição garantimos que no segundo posto não seja abastecido mais do que o gasto para chegar no posto (e não conter mais gasolina que o T_{max}) e nem menos que o $C_{min.}$

Finalizando, temos que $F_2*(ltotal)$ é o custo mínimo de abastecimento e a quantidade abastecida em cada posto para chegar em cada posto é obtida com

$$A_n = \begin{cases} X_2^* & para\ n = 2 \\ returnxmel(F_n^*(ltotal - \sum_{i=2}^{n}(X_i))) & para\ n = (3, 4, \ldots, N). \end{cases} \tag{15}$$

4 VALIDAÇÃO E TESTE DO MODELO

Para validar o modelo, foi utilizado de referência resultados encontrados em Rodrigues (2011) que também soluciona um problema de minimização do custo de reabastecimento no transporte rodoviário. O estudo foi feito em uma empresa de transporte de autopeças, que possui três rotas diferentes de origem em São Paulo e destino em Camaçari. Como o algoritmo proposto não soluciona problemas com rotas variáveis, foi usado a melhor rota para o trajeto definida por Rodrigues (2011), como mostra a figura 1.

Figura 1 Melhor rota mostrada no problema do Rodrigues (2011)

Fonte Rodrigues (2011)

Com isso, temos que os parâmetros de entrada para validação do modelo são os apresentados na tabela 3.

Tabela 3: Tabela de parâmetros de entrada.

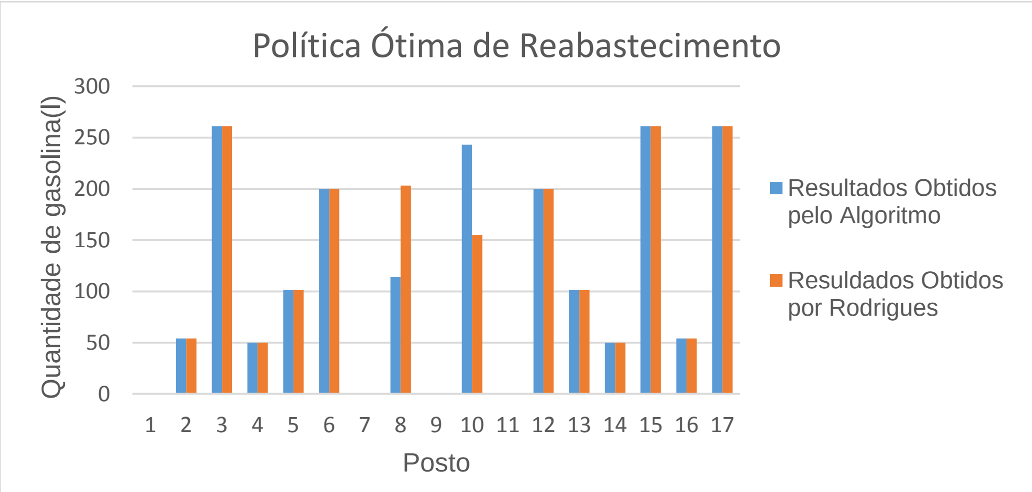
Parâmetros de Entrada		Valor
Capacidade Máxima do Tanque (litros)	T_{max}	275
Quantidade Mínima de Combustível (litros)	T_{min}	13.75
Quantidade de Combustível Inicial (Litros)	Q_{inc}	275
Quantidade de Combustível Final (litros)	Q_{final}	275
Quantidade Mínima de Abastecimento (litros)	C_{min}	50
Consumo Médio de Combustível (litros/km)	C_{med}	0,5

O problema apresentado em Rodrigues(2011) possui 17 postos com as seguintes distâncias em km entre eles e preços do litro do diesel em Reais, respectivamente, apresentados a seguir.

D(i) = (448,182,298,298,228,153,247,96,96,247,153,228,298,298,182,448).
P(i) = (1,903; 2,008; 1,95; 2,028; 1,97; 1,859; 2,001; 1,855; 1,984; 1,855; 2,001; 1,859; 1,97; 2,028; 1,95; 2,008; 1,903).

Através desses parâmetros de entrada, o custo mínimo de reabastecimento encontrado pelo algoritmo proposto por programação dinâmica foi de R$ 3.738, que é idêntico ao solucionado em Rodrigues (2011). Em relação a política ótima de abastecimento o resultado, como podemos ver no gráfico 2, foi semelhante, visto apenas uma pequena diferença. Essa diferença acontece em razão do posto 6 e 8 estarem bem próximos um do outro e possuírem o mesmo preço. Ou seja, é possível várias soluções ótimas onde a combinação da soma dos dois sejam a mesma.

Gráfico 2 Comparação da Política Ótima de Reabastecimento para validação do modelo.



Além desse resultado, foi testado também todas as restrições já mencionadas no capitulo 3. Pela política de reabastecimento já é visto que em nenhum posto foi abastecido valores entre 0 e 50 litros. O teste do tanque máximo e mínimo foi feito através de tabelas que mostram a quantidade de combustível que o veículo chegou no posto e a quantidade que saiu, como apresentado nos Gráfico 3 e 4.

Gráfico 3 Gráfico da quantidade de litros no tanque após reabastecimento.

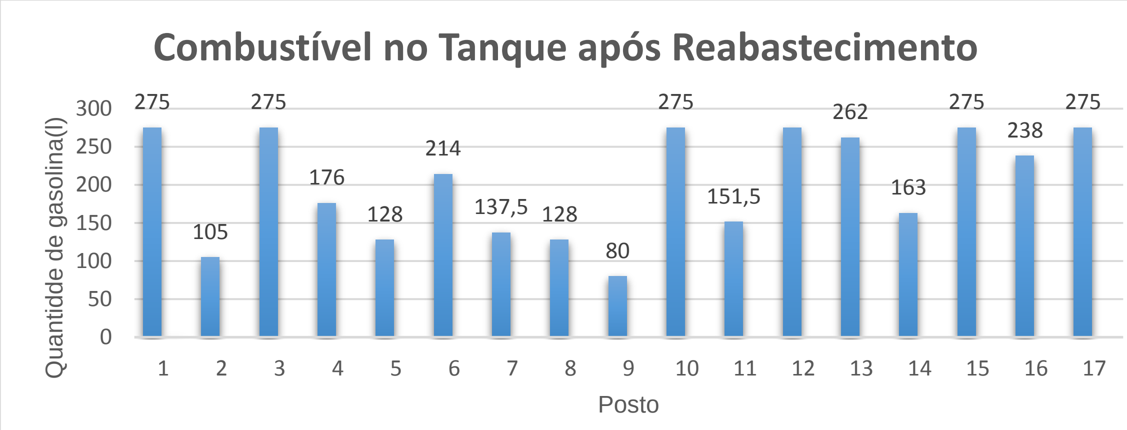
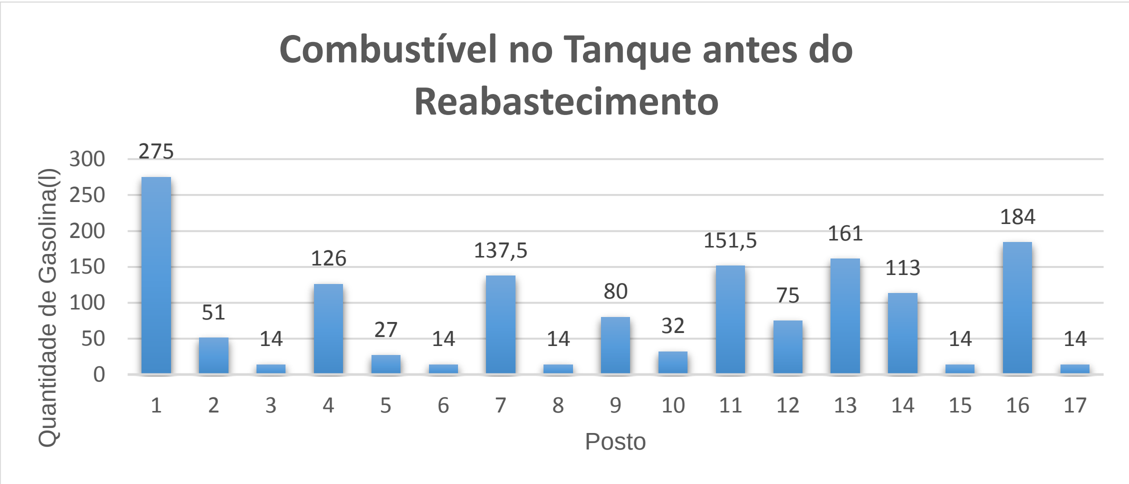


Gráfico 4 Gráfico da quantidade de litros no tanque antes do reabastecimento.



Observa-se nos gráficos 3 e 4, que em nenhum momento o tanque esteve com valores acima de 275 litros e nem abaixo de 13.75 litros, obedecendo assim as restrições de T_{max} e T_{min}. Por último, nota-se pelo gráfico 4, de combustível após o abastecimento que o Q_{inc} e o Q_{final} são iguais a 275 litros.

O teste de validação não apenas serviu para conseguir constatar a eficácia do algoritmo de forma teórica, mas também, por intermédio dele, percebe-se que o algoritmo se adaptou bem a problemas reais, como o caso de estudo.

Em relação ao tempo de processamento, o algoritmo obteve uma grande eficiência comparado ao modelo do Rodrigues (2011).

Tabela 4: Tabela comparativa de tempo computacional.

Modelo	Tmax	Número de Postos	Tempo Computacional
Modelo Rodrigues (2001)	275	17	1min e 12s
Modelo Proposto	275	17	Instantâneo
Modelo Proposto	275	1000	Instantâneo
Modelo Proposto	800	1000	36s
Modelo Proposto	800	1500	48s

O algoritmo teve um bom tempo de processamento visto que com 1500 postos e com o tanque do veículo podendo chegar até em 800 litros, o resultado foi encontrado em 48s. O teste foi feito replicando os mesmos parâmetros de entrada e obteve uma distância do posto de origem até o ultimo de 341.270. Nessa análise podemos concluir que o algoritmo atente bem, em termos de tempo de processamento, as rotas brasileiras.

5 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi apresentado um método de programação dinâmica adaptado para a minimização do custo de reabastecimento em transportes rodoviários. Os testes efetuados, validaram o modelo e mostrou que se adapta bem em problemas reais. O algoritmo se mostrou muito mais rápido e por isso, consegue-se resolver problemas de maior dimensão.

Considera-se ainda que em uma pesquisa futura, o algoritmo possa resolver problemas com rotas variáveis e acrescentando outros parâmetros como custo de manutenção e qualidade da rodovia, como apresentado em Silva (2015).

6 REFERÊNCIAS

AGÊNCIA NACIONAL DO PETRÓLEO. **Sistema de levantamento de preços**. Disponível em < http://www.anp.gov.br/preco/>. Acesso em 17 de junho de 2016.

HILLIER, Frederick S, LIEBERMAN, G., **Introdução à pesquisa operacional** – São Paulo: McGraw-Hill, 8ª edição, 2006.

INSTITUTO DE LOGÍSTICA E SUPPLY CHAIN (ILOS). **Custos logísticos no Brasil.** Apresentação. Brasil, 2012.

INSTITUTO DE LOGÍSTICA E SUPPLY CHAIN (ILOS). **Custos logísticos no Brasil.** Apresentação. Brasil, 2014.

INSTITUTO DE LOGÍSTICA E SUPPLY CHAIN (ILOS). **Custos logísticos no Brasil.** Apresentação. Brasil, 2016.

KHULLER, S.; MALEKIAN, A.; MESTRE, J. To Fill or Not to Fill: The Gas Station Problem. **ACM Transactions on Algorithms**, Austrália. v. 7, n. 3, Article 36, 2008.

KLAMPFL, E. *et al*. "Intelligent Vehicle Control Systems." **Proceedings of the 2nd International Workshop on Intelligent Vehicle Control Systems**, Portugal, IVCS (2008) p. 60-72

LIMA, Mauricio Pimenta. Custos Logísticos na Economia Brasileira. **Revista Tecnologistica.** Rio de Janeiro, p. 64-69, 2006.

LIN, S. H. Finding Optimal Refueling Policies in Transportation Networks. **Algorithmic Aspects in Information and Management,** China, p. 280-291, 2008.

_____. Finding optimal refueling policies: a dynamic programming approach. **The Journal of computing and sciences in college.** 272-279. EUA, 2008.

LIN, S. H.; GERTSCH, N.; RUSSELL, J. R. A linear-time algorithm for finding optimal vehicle refueling policies. **Operations Research Letters**, EUA, v. 35, p. 290–296, 2007.

REDUZINO, L. M. **Implementação de modelo de otimização da política de reabastecimento para transportadores rodoviários de carga.** Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Civil do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito Santo. Vitória, 2015.

RODRIGUES, A. D. **Um modelo de otimização da política de reabastecimento para transportadores rodoviários de carga.** Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Civil do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito Santo. Vitória, 2011.

RODRIGUES, A. D.; CRUZ, M. M. C. A generic decision model of refueling policies: a case study of a Brazilian motor carrier. **Journal of Transport Literature**, Brasil, v. 7, n. 4, p. 8-22. 2013.

SILVA, A. D. **O impacto na qualidade das vias nas políticas de reabastecimento de transportadores rodoviários de carga.** Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Civil do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito Santo. Vitória, 2015.

SUZUKI, Y. A Generic Model of Motor-Carrier Fuel Optimization. **Naval Reseach Logistics.** Eua, v.55, p. 737-746, 2008.

_____. A decision support system of dynamic vehicle refueling. **Decision Support Systems**, EUA, v. 46, p. 522-531, 2009.

_____. A decision support system of vehicle routing and refueling for motor carriers with time-sensitive demands. **Decision Support Systems**, Eua, v. 54, p. 758-767, 2012.

_____. Reducing the Fuel Cost of Motor Carriers by Using Optimal Routing and Refueling Policies. **Transportation Journal**, EUA, v. 51, n. 2, p. 145-163, 2012.

_____. Reducing A variable-reduction technique for the fixed-route vehicle-refueling problem. **Computers & Industrial Engineering**. EUA, v. 67, p 204-215, 2014.

SWEDA, T. M.; KLABJAN, D. Finding minimum-cost paths for electric vehicles. In **International Electric Vehicle Conference** (IEVC). p. 1–4. IEEE. 2012

SIAUW, T; BAYEN, A.. **An Introduction to MATLAB Programation and Numerical Methods for Engineers** – Elsevier, 1ª Ed., 2015.